

Projeto de Pesquisa

Edital:	Edital PIBIC 2013/2014
Título do Projeto:	Teoria do Controle de Sistemas Quânticos
Participantes:	Lúcio Souza Fassarella (DMA/CEUNES) Daniel Thomes Fernantes (DMA/CEUNES) William dos Santos Panni Géssica Lacerda Siqueira
Grupo de Pesquisa CNPq:	
Linha de Pesquisa:	Métodos Matemáticos da Física
Centro/Departamento Acadêmico:	Centro Universitário Norte do Espírito Santo / Departamento de Matemática Aplicada

Resumo: Projeto de pesquisa sobre controle de sistemas quânticos com o objetivo principal de obter estratégias de controle para reduzir o aumento da impureza e da entropia de sistemas quânticos com evolução temporal Markoviana. O problema é relevante para a teoria da informação e computação quântica na medida em que seus resultados impliquem técnicas para o registro e a transmissão fidedigna de informação através de canais quânticos realísticos. O problema pode ser formulado nos termos da teoria do controle ótimo e para resolvê-lo pretendemos aplicar o Princípio do Máximo de Pontryagin.

Palavras chave: Sistemas Quânticos Markovianos; Teoria da Informação Quântica; Teoria do Controle.

1 Introdução

O controle de sistemas quânticos (ou controle quântico) consiste na manipulação desses sistemas pela ação de campos e/ou interação com outros sistemas quânticos visando determinar/delimitar deliberadamente seu comportamento. Essa é uma área essencial para o desenvolvimento de tecnologias de informação e computação quântica:

"The universality of any quantum computing element can be understood and verified via a precise mathematical criterion which tests for the controllability of an associated quantum control system. This relation between quantum computing and quantum control is deeper in that tools of coherent control of quantum dynamics may be used to arrive at specific designs for quantum computing devices"
Ramakrishna & Rabitz [1]

"The development of general principles of quantum control theory is an essential task for a future quantum technology." Dowling & Milburn [2]

"The integration of quantum physics and engineering methodologies has become one of the most

interesting and potentially transformative programs relating to emergent technologies." Gough & Belavkin [3].

A relevância da teoria do controle de sistemas quânticos pode ser ilustrada pelo Prêmio Nobel de Física do ano 2012. O prêmio foi concedido a Serge Haroche e David J. Wineland pelo desenvolvimento de técnicas experimentais para mensuração e manipulação de sistemas quânticos individuais (especificamente, íons em armadilhas e fótons em cavidades) que preservam propriedades quânticas *sui generis*, tais como pureza e emaranhamento. Tais técnicas estão baseadas no controle de sistemas quânticos e são especialmente notáveis porque tornam possível investigar em laboratório fenômenos quânticos bastante sutis e intrigantes, tais como o chamado *Paradoxo do Gato de Schrödinger*. O artigo da Real Academia Suíça de Ciências alusivo à premiação salienta as implicações teóricas e tecnológicas desse trabalho, destacadamente na área da computação quântica:

"David Wineland and Serge Haroche have invented and implemented new technologies and methods allowing the measurement and control of individual quantum systems with high accuracy. Their work has enabled the investigation of decoherence through measurements of the evolution of Schrödingers cat like states, the first steps towards the quantum computer, and the development of extremely accurate optical clocks." [4]

A teoria do controle quântico é uma área em franco desenvolvimento, com amplas perspectivas de avanços teóricos e em técnicas experimentais:

"To some extent this an ongoing program [in quantum control] is still speculative as the current state of physical quantum control is strikingly dissimilar to its classical counterpart: one major anomaly is the fact that modern classical control deals almost exclusively with feedback system, whereas this features in only a relatively small fraction of theoretical work on quantum control, and even rarer in experiment. However, we would argue that this is only a temporary situation, and that the future development of the field will see the powerful insights of classical control theory emerging again in the quantum setting." Gough & Belavkin [5, p.1399]

A teoria do controle é importante para o desenvolvimento de tecnologias de informação e computação quântica porque ela nos permite (até certo ponto) reduzir os efeitos deletérios das influências externas no registro e na transmissão fidedigna de informação através de canais quânticos realísticos. Os fatos fundamentais são: sistemas quânticos realísticos não podem ser perfeitamente isolados; isso geralmente implica que eles evoluem não-unitariamente e no sentido de aumentar a impureza e a entropia de von Neumann (dos estados); e essas são grandezas físicas que medem a *incapacidade* de um estado quântico armazenar informação:

"The quantum entropy S is a measure of the physical resources necessary to represent the information content of a system in a mixed state, whether the mixed state arises from a stochastic process or by the tracing out of quantum entanglement with the external world." Schumacher [6]

Em suma, para manter a fidelidade da informação armazenada num sistema ou transmitida por um canal quântico é necessário controlar adequadamente sua evolução temporal. Há diversas abordagens para descrever sistemas quânticos abertos, algumas mais adequadas do que outras no tratamento de situações específicas. Quando vale a aproximação markoviana (geralmente restrita a situações nas quais o acoplamento o sistema de referência e o ambiente é suficientemente fraco e o tempo de relaxação do ambiente é suficientemente menor do que a escala de tempo das variáveis típicas do sistema), um método especialmente útil está relacionado a *teoria dos semigrupos de operadores*; nesse caso, a evolução temporal de um sistema quântico aberto é caracterizada por uma dinâmica efetiva da qual são eliminados os graus de liberdade do ambiente (o conjunto de todos os sistemas com os quais interage o sistema em foco). Tecnicamente, essa dinâmica efetiva assume a forma de uma equação diferencial linear autônoma de primeira ordem, chamada equação mestre markoviana quântica (*quantum markovian master equation*) [7] [8].

Existem muitas técnicas para controle de sistemas quânticos [9] [10]. A fim de delimitar o problema do controle quântico da impureza e entropia, vamos nos restringir a considerar o *problema do controle ótimo em malha aberta de sistemas quânticos markovianos com finitos graus de liberdade*. Nossa abordagem do problema deverá basear-se na aplicação do Princípio do Máximo de Pontryagin.

Finalmente, cabe dizer que este projeto continua estudos teóricos desenvolvidos anteriormente sobre a dinâmica de sistemas quânticos markovianos [11], mas agora seguimos uma direção com promissoras aplicações numa área de fronteira tecnológica.

2 Objetivos

O objetivo geral deste projeto é adquirir expertise em Controle Quântico e suas aplicações a problemas relacionados ao registro e transmissão fidedigna de informação quântica, principalmente visando caracterizar possíveis estratégias para minimizar o aumento da impureza e da entropia de von Neumann de sistemas quânticos abertos com evolução Markoviana.

Especificamente, pretendemos:

- i) Descrever o controle em malha aberta de sistemas quânticos com evolução temporal markoviana e um número finito de graus de liberdade;
- ii) Aplicar o Princípio do Máximo de Pontryagin para resolver o problema do controle ótimo de minimizar a impureza e entropia de von Neumann.

3 Metodologia

A metodologia de pesquisa consiste de revisão bibliográfica com o ataque a problemas inéditos.

Inicialmente, pretendemos investigar sistemas quânticos de dois níveis utilizando o Princípio do Máximo de Pontryagin para resolver o problema do controle ótimo da impureza e da entropia. Esperamos determinar as possibilidades e as limitações dessa abordagem para, então, investigar sistemas com maior número de graus de liberdade ou tentar outras metodologias.

Como a aplicação do Princípio do Máximo de Pontryagin requer a resolução de sistemas de equações diferenciais relativamente complicados, acreditamos ser necessário utilizar métodos numéricos. Para tanto, temos cultivado colaborações no Departamento de Matemática Aplicada do CEUNES (as quais esperamos consolidar ao longo do desenvolvimento do projeto).

4 Financiamento

O projeto não possui financiamento.

5 Referências

- [1] RAMAKRISHNA, V.; RABITZ, H., **Relation between quantum computing and quantum controllability**. Phys. Rev. A, Vol. 54, 1996, pp.1715-1716. DOI: 10.1103/PhysRevA.54.1715.
- [2] DOWLING, J.P., MILBURN, G.J., **Quantum technology: the second quantum revolution**. Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., vol. 361(1809) (2003): 1655-1674.
- [3] GOUGH, J. E, BELAVKIN, V. P., **Editorial**. Quantum Information Processing (2013) 12(3) (March 2013): 1395-1396. DOI: 10.1007/s11128-012-0494-4.
- [4] URL (14/02/2013): http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2012/advanced-physicsprize2012_02.pdf
- [5] GOUGH, J. E, BELAVKIN, V. P., **Quantum control and information processing**. Quantum Information Processing 12(3) (March 2013): 1397-1415. DOI: 10.1007/s11128-012-0491-7.
- [6] SCHUMACHER, B., **Quantum Coding**. Phys. Rev. A 51 (1995): 2738-2747. DOI: 10.1103/PhysRevA.51.2738
- [7] ALICKI, R., LENDI, K., **Quantum Dynamical Semigroups and Applications (Lecture Notes on Physics)**. Heidelberg: Springer. 2007.
- [8] BREUER H.-P, PETRUCCIONE, F., **The Theory of Open Quantum Systems**. Oxford University Press: Oxford, 2003.
- [9] D'ALESSANDRO, D., **Introduction to Quantum Control and Dynamics**. New York: Chapman and Hall, 2008.
- [10] DONG, I.R. Petersen, **Quantum control theory and applications: a survey**. IET Control Theory & Applications, vol. 4, no. 12 (2010): pp.2651-2671. arXiv: 0910.2350v3.
- [11] FASSARELLA, L., **Dispersive Quantum Systems: a class of isolated non-time reversal invariant quantum systems**. (September/2011) Braz.J.Phys. vol. 42 (2012), no.1-2: 84-99.DOI: 10.1007/s13538-011-0053-y